

Стефанов Юрий Павлович

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМАЦИИ И РАЗРУШЕНИЯ
ГЕОЛОГИЧЕСКИХ СРЕД**

Специальность 01.02.04 — механика деформируемого твердого тела

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук



Томск 2008

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук Институте физики прочности и материаловедения Сибирского отделения РАН

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук
Гриняев Юрий Васильевич

доктор физико-математических наук, профессор
Сибиряков Борис Петрович

доктор физико-математических наук, профессор
Скрипняк Владимир Альбертович

Ведущая организация: Учреждение Российской академии наук Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,
Москва

Защита состоится «28» ноября 2008 г. в 14 ч 30 мин на заседании диссертационного совета Д 003.038.01 при Учреждении Российской академии наук Институте физики прочности и материаловедения Сибирского отделения РАН по адресу: 634021, Томск, пр. Академический, 2/4, факс (3822) 492-576.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИФПМ СО РАН.

Автореферат разослан 17 октября 2008 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
доктор технических наук
профессор



О.В. Сизова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Объект исследования. Диссертация посвящена исследованию механического поведения плотных и высокопористых геологических сред.

Актуальность темы. Исследование закономерностей механического поведения геологических сред, построение моделей и методов расчета процессов деформации и разрушения является актуальной задачей механики и геомеханики. Математическое описание поведения геологических сред важно для понимания процессов, происходящих в них под действием нагрузок, и прогноза поведения в различных условиях. Решение данной задачи представляет интерес не только с научной, исследовательской точки зрения, но также актуально в строительстве, поиске и разработке полезных ископаемых, для обеспечения безопасности наземных и подземных сооружений, прогноза и предотвращения аварийных ситуаций. Такие исследования имеют первостепенное значение для объяснения механизмов и условий протекания геомеханических процессов, а также проверки гипотез о структуре, напряженном состоянии рассматриваемой области и предсказания дальнейшего поведения среды.

Целью диссертации является разработка моделей описания упругопластического деформирования, локализации деформации и разрушения в геологических средах, а также исследование указанных процессов.

Для достижения цели были поставлены и решены следующие **задачи**:

1. Разработка математической модели, адекватно описывающей процессы деформации и разрушения упруго-хрупкопластичных материалов с учетом накопления повреждений, дилатансии, локализации деформации и формирования трещин.
2. Разработка математической модели, описывающей процессы деформации и разрушения высокопористых материалов с учетом формирования полос локализованного сдвига, уплотнения и разрыхления.
3. Исследование закономерностей развития деформации, формирования полос локализации и разрушения в плотных и высокопористых материалах.
4. Исследование деформационных процессов в земной коре.

Научная новизна работы состоит в разработке и реализации математических моделей и алгоритмов численного описания процессов деформации и разрушения в геологических средах, а также в решении ряда задач:

1. Предложен подход численного решения задач деформирования геологической среды, позволяющий рассматривать процессы квазистатического и динамического нагружения с учетом локализации деформации и явным учетом образования несплошностей среды в процессе разрушения.

2. Предложена математическая модель и разработаны соответствующие алгоритмы расчета для исследования процессов деформации и разрушения геоматериалов, основанные на решении системы динамических уравнений упругопластической среды с использованием модификаций моделей Друккера–Прагера–Николаевского, Рудницкого, Ди Маджио–Сандлера.

3. На основе численных расчетов с использованием разработанных моделей и алгоритмов впервые получено и исследовано:

- формирование периодической системы полос локализованного сдвига в слое геосреды;
- формирование полос локализованного уплотнения и локализованного сдвига с уплотнением;
- возможность реализации и смены режимов развития неупругой деформации с уплотнением и разрыхлением в зонах повышенной пористости и трещиноватости;
- влияние жесткого блока на характер и место инициации разрыва на примере Чаган-Узунского блока в районе Чуйского землетрясения 2003 г.;
- существенное влияние гравитационных сил на формирование современной структуры Байкальской рифтовой зоны.

Научная и практическая значимость определяется разработанными моделями для численного исследования процессов деформации и разрушения в геологических средах, предложенными подходами к решению задач механики деформируемого твердого тела и геомеханики, а также полученными решениями ряда задач.

Разработанные модели и алгоритмы численного расчета расширяют возможности исследования процессов деформации и разрушения. С их использованием могут рассматриваться как конкретные задачи прикладного характера, так и задачи научного плана, обеспечивающие расширение представлений о деформационных процессах в геологических средах. Решение ряда задач вносит вклад в развитие представлений о возможных механизмах развития деформации в тех или иных условиях.

Результаты исследований представляют интерес для прогноза поведения среды при проведении горных работ, добыче полезных ископаемых, бу-

рении и строительстве, а также в исследовании природных геомеханических процессов.

Представленные модели, методика расчета и разработанный комплекс программ могут быть использованы для решения широкого круга научных и практических задач механики структурно-неоднородных сред и геомеханики.

Разработанные модели и алгоритмы использовались при выполнении ряда программ фундаментальных исследований, интеграционных проектов, проектов СО РАН и грантов РФФИ, а также хозяйственных тем.

Положения, выносимые на защиту:

1. Математическая модель, описывающая процессы деформации и разрушения плотных геологических материалов. За основу принята модель упругопластической деформации Друккера–Прагера–Николаевского с неассоциированным законом течения.

2. Математическая модель описания процессов деформации и разрушения высокопористых материалов. За основу приняты модели упругопластической деформации Друккера–Прагера–Николаевского, Рудницкого и Ди Маджио–Сандлера.

3. Результаты численного исследования и выявленные особенности развития процессов деформации и разрушения плотных геоматериалов, а именно:

- влияние условий нагружения на эффективную прочность однородных и неоднородных образцов, а также влияние дилатансии как упрочняющего фактора;
- формирование полос локализованной деформации Риделя в условиях сдвигового деформирования слоя геосреды;
- характер формирования полос локализованного сдвига в среде под действием жесткого штампа и возможность возникновения расклинивающего эффекта в результате дилатансии.

4. Результаты исследования процессов деформации высокопористых материалов, а именно:

- связь параметров поверхности предельного состояния с изменением пористости и их влияние на степень локализации уплотнения;
- влияние условий нагружения на развитие неупругой деформации, формирование и расширение зон локализованного уплотнения;
- взаимосвязь формирования полос локализации и путей нагружения разных точек образца.

5. Результаты исследования деформационных процессов в геологической среде, а именно:

- влияние жесткого блока и величины напряжений на место инициации и направление распространения разрыва в разломе на примере Чаган-Узунского блока в районе Чуйского землетрясения 2003 г.;
- влияние гравитационных сил на формирование современной структуры Байкальской рифтовой зоны. В рамках структурных моделей среды для двух разрезов определены прочностные параметры, при которых полученные деформационные картины соответствуют современному состоянию рифта.

Обоснованность и достоверность результатов расчетов и выводов, сформулированных в диссертации, обеспечиваются математической корректностью постановок задач, применением апробированных методов решения, решением тестовых и модельных задач, для которых имеются аналитические и численные решения, полученные другими авторами и другими методами, внутренним тестированием программы, сопоставлением с данными физических экспериментов, соответствием полученных результатов физической сути исследуемых процессов.

Апробация работы. Работа докладывалась на следующих научных семинарах: на семинаре по механике сплошной среды им. Л.А. Галина под руководством профессоров В.М. Александрова, В.Н. Кукуджанова, А.В. Манжирова (Институт прикладной механики РАН, Москва, 2007 г.); на семинаре под руководством академика Е.И. Шемякина (механико-математический факультет Московского государственного университета, Москва, 2007 г.); на семинаре «Геомеханика и геофизика», посвященном памяти академика С.В. Гольдина (Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН, Новосибирск, 2007 г.); на семинаре «Геомеханика и геофизика» под руководством академика С.В. Гольдина (Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН, Новосибирск, 2000, 2002, 2004, 2005, 2006 гг.); на семинаре под руководством профессора Ю.Л. Ребецкого (Институт физики Земли РАН, Москва, 2007 г.); на семинаре Института динамики геосфер РАН, Москва, 2006 г.

Результаты работы докладывались и обсуждались на следующих международных и всероссийских конференциях: «Геодинамика и напряженное состояние недр Земли», Новосибирск, 2007 г.; «Advanced Problems of Mechanics», Санкт-Петербург, 2004, 2005, 2006, 2007 гг.; на Международных конференциях по физической мезомеханике, компьютерному конструирова-

нию и разработке новых материалов, Томск, 2004, 2006 гг., «Геофизические исследования литосферы Сибири», Новосибирск, 2006 г.; 16th European Conference on Fracture, Alexandroupolis, Greece, 2006; на IX Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике, Нижний Новгород, 2006 г.; на II Международном симпозиуме «Активный геофизический мониторинг литосферы Земли», Новосибирск, 2005 г.; Int. Congress of Fracture (ICF-XI), Turine, Italy, March 20–25, 2005; Int. Workshop «Mesomechanics: Foundations and Applications», Томск, 2001, 2003, 2004 гг.; International Conference on Heterogeneous Materials Mechanics (ICHMM-2004), Chongqing, China, 2004; Int. Conf. «Computer-Aided Design of Advanced Materials and Technologies», Томск, 1995, 2001, 2003 гг., Байкальск, 1997 г.; 13th Int. Workshop «Computational Mechanics of Materials» (IWCMM-13), Magdeburg, Germany, 2003; «Напряженно-деформированное состояние и сейсмичность литосферы», Иркутск, 2003; на I Международной конференции «Байкальские чтения по моделированию процессов в синергетических системах», Улан-Удэ, 2002 г.; International Conference «Shock Waves in Condensed Matter», St.-Petersburg, 1998, 2002 гг.; International Conference «Role of Mesomechanics for Development of Science and Technology», Xi'an, China, 2000; Int. Conf. MESOMECHANICS'98, Tel Aviv, Israel, 1998; 8-th Int. Workshop on Computational Mechanics of Materials IWCMM8, Stuttgart, Germany, 1998; на Международной конференции «Shock Waves in Condensed Matter», Санкт-Петербург, 1998 г.; на V Всероссийской конференции «Механика летательных аппаратов и современные материалы», Томск, 1998 г.; на Всероссийской конференции молодых ученых «Физическая мезомеханика материалов», Томск, 1998 г.; на Международных конференциях «Workshop on New Models and Numerical Codes for Wave Processes in Condensed Media», Санкт-Петербург, 1995 г., Оксфорд, 1997 г.; на Международной конференции «Mathematical Methods in Physics, Mechanics and Mesomechanics of Fracture», Томск, 1996 г.; на XIII сессии Международной летней школы «Модели и методы механики сплошной среды», Санкт-Петербург, 1995 г.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 48 статей, из них 22 — в российских журналах из перечня ВАК, 7 — в зарубежных рецензируемых журналах, 14 — в материалах международных и всероссийских конференций, 1 — в коллективной монографии.

Структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех разделов, заключения и списка цитированной литературы из 372 наименований. Объем работы — 292 страницы, включая 158 рисунков и 16 таблиц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В зависимости от условий нагружения, а также структуры материала (пористости, трещиноватости, минерального состава) развитие деформации за пределом упругости сопровождается различными явлениями, рис. 1. Например, в условиях растяжения быстро развиваются магистральные трещины. В условиях сдвига поведение становится более сложным, часто сопровождается объемными изменениями и сильно зависит от давления. В этом случае возможно образование крупных трещин, которым, как правило, предшествовало разрыхление, рассеянное накопление микротрещин с увеличением объема и локализация деформации. В высокопористых материалах увеличение давления приводит к дроблению зерен и сокращению порового пространства. При больших давлениях в случае плотных сред возможен переход к дислокационному механизму пластичности.

В диссертации основное внимание уделено поведению геологических сред в условиях сдвига и сжатия. Однако, принимая во внимание возможность образования зон растяжения и формирования трещин при неравноосном сжатии и сдвиге, изложен подход, позволяющий моделировать процессы деформирования с учетом данных явлений, а также рассмотрен ряд таких задач.

В первом разделе изложен общий подход к решению задач, второй и третий разделы посвящены детализации моделей математического описания и исследованию деформирования соответственно плотных и высокопористых сред, а в последнем разделе выполнено моделирование процессов деформации в геосредах с использованием разработанных моделей.



Рис. 1. Схема явлений, наблюдаемых в плотных и высокопористых геологических средах при различных условиях нагружения

Во **введении** обоснована актуальность исследуемой проблемы, сформулирована цель работы, перечислены новые результаты, раскрыта их практическая ценность, представлены положения, выносимые на защиту, и описана структура диссертации.

В **первом разделе** излагается общая физико-математическая постановка задачи, записана система уравнений механики сплошной среды, приведены начальные и граничные условия. Изложен метод численного решения задач и приведена конечно-разностная схема. Обсуждаются достоинства и недостатки метода решения. Кратко описаны проблемы, возникающие при расчете разрушения твердых тел, и изложены подходы к их решению.

Система уравнений, используемая для описания процессов деформации, включает:

– уравнение неразрывности

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho u_{i,i} = 0, \quad (1)$$

– уравнения движения

$$\sigma_{ij,j} + \rho F_i = \rho \frac{du_i}{dt}. \quad (2)$$

Здесь ρ — плотность материала; u_i — компоненты вектора скорости; σ_{ij} — компоненты тензора напряжений Коши; F_i — массовые силы; индекс после запятой означает производную по соответствующей координате. Ввиду того, что в определяющие соотношения используемых в работе моделей не входит внутренняя энергия, уравнение энергии исключено из системы. Данное уравнение рассматривалось лишь при тестировании моделей.

Связь между напряжениями и деформациями для упругого поведения описывается гипотетическим законом:

$$\sigma_{ij} = -\sigma \delta_{ij} + s_{ij}, \quad (3)$$

$$\frac{Ds_{ij}}{Dt} = 2\mu \left(\dot{\epsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \dot{\epsilon}_{kk} \delta_{ij} \right), \quad \frac{Ds_{ij}}{Dt} = \dot{s}_{ij} - s_{ik} \dot{\omega}_{jk} - s_{jk} \dot{\omega}_{ik}, \quad (4)$$

$$\dot{\sigma} = -K \frac{\dot{V}}{V}. \quad (5)$$

Здесь использовано разложение тензора напряжений на шаровую и девиаторную части; $\sigma = -\sigma_{kk}/3$ — среднее давление; s_{ij} — компоненты девиатора тензора напряжений; δ_{ij} — символ Кронекера; $\dot{\epsilon}_{ij}$ — компоненты тензора

скорости деформации; K и μ — модули всестороннего сжатия и сдвига соответственно; $\dot{\omega}$ — антисимметричный тензор скорости вращения.

Пластическая деформация определяется в соответствии с уравнением предельной поверхности и пластическим потенциалом:

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = 0, \quad g(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = 0, \quad d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (6)$$

где f — уравнение предельной поверхности (функции нагружения); g — пластический потенциал; λ — множитель, определяемый в ходе процесса деформации; ε_{ij}^p — компоненты пластической (неупругой) деформации.

В работе рассматриваются процессы деформирования в двумерной постановке для условий плоской деформации, когда:

$$u_z = 0, \quad \dot{\varepsilon}_{xz} = \dot{\varepsilon}_{yz} = \dot{\varepsilon}_{zz} = 0.$$

В разделе приведены основные алгоритмы стабилизации расчетной сетки для устранения осцилляций и искажений формы расчетных ячеек, имеющих нефизичную природу. Один из таких алгоритмов искусственной «моментной» вязкости предложен автором. Данный тип искусственной вязкости практически не отражается на времени вычислений, в отличие от традиционных вязкостей углового и треугольного типа, при этом в ряде задач показывает высокую эффективность.

В рамках общего динамического подхода изложен эффективный способ решения задач квазистатического нагружения. С этой целью приложение нагрузки осуществляется таким образом, чтобы влияние динамических эффектов, обусловленных распространением упругих волн в исследуемом объекте, на процессы деформирования было несущественным. Установление квазистационарного состояния в рассматриваемой области материала обеспечивается, если нагрузка прикладывается плавным образом, когда длительность ее возрастания или изменения превышает время, необходимое для нескольких пробегов волны по длине образца: $t_0 = nL/c$, где L — наибольший (эффективный) размер расчетной области; c — скорость продольной волны; n — множитель, значение которого подбирается исходя из конкретной задачи. Удовлетворительные результаты для задач квазистатического нагружения получаются при $n > 10$. Применение такого подхода дает возможность рассматривать развитие процесса, что особенно важно при исследовании локализации пластической деформации и разрушении.

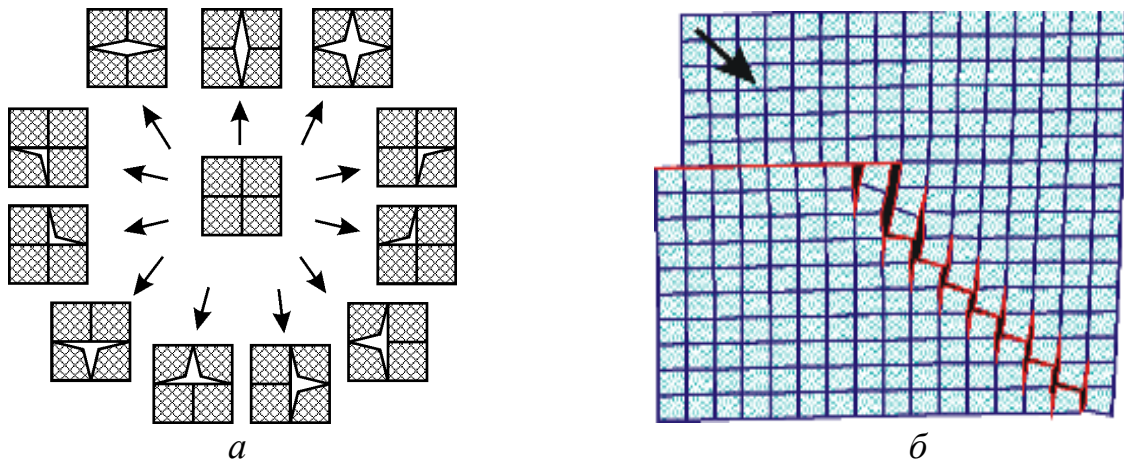


Рис. 2. Схема разделения узлов расчетной сетки для описания разрушения. Возможные конфигурации трещин при разделении узлов (*а*) и фрагмент расчетной сетки при наклонном росте трещины (*б*)

Учет образования и роста макроскопических трещин, превышающих размер шага дискретизации при численном моделировании, осуществляется явным образом с формированием свободных поверхностей путем разделения узлов сетки (Wilkins M.L., 1972, 1999, Гриднева В.А., Немирович-Данченко М.М., 1983), который обеспечивает автоматический учет концентрации напряжений в вершинах трещин независимо от их числа, рис. 2. Для расчета образования и роста трещин использовалось условие разрушения в виде:

$$\sigma_{\text{eff}} = \sigma^*, \quad (7)$$

которое при наличии трещины эквивалентно условию $K_i = K_{ic}$, где σ_{eff} и σ^* — эффективное и критическое напряжения; K_i — коэффициент интенсивности напряжений.

Описаны алгоритмы расчета контактного взаимодействия и сопряжения сеток. Процедура контактного взаимодействия сеток основана на традиционном подходе, который обеспечивает непроникновение расчетных областей путем коррекции скорости граничных узлов расчетной сетки в зоне взаимодействия.

Алгоритм сопряжения сеток был разработан с целью совместного использования различных подходов к описанию процессов деформирования и может быть использован для сопряжения сеток с различным шагом дискретизации, а также расчета контактного взаимодействия.

В последней части раздела приведен ряд примеров, иллюстрирующих работу алгоритмов, а также область применения разработанной программы и достоверность полученных результатов расчетов.

Во **втором разделе** диссертации рассматриваются процессы упруго-пластической деформации и образования трещин в плотных консолидированных геологических средах и других хрупких материалах. При этом считается, что в ходе неупругой деформации происходит накопление повреждений, снижающих прочность материала, а раскрытие трещин может происходить под действием растягивающих и касательных напряжений. Описание неупругой деформации при сохранении макроскопической сплошности осуществляется в рамках континуального подхода с использованием теории пластического течения. Поэтому под пластической деформацией понимается любое неупругое поведение, не связанное с развитием макроскопических трещин, независимо от его природы.

Выполнена детализация модели Николаевского с неассоциированным законом течения и поверхностью предельного состояния в виде конуса Мизеса–Шлейхера (Друккера–Прагера) (Николаевский В.Н., 1971, 1972). Основное внимание уделено построению соотношений, необходимых для проведения численных расчетов, исследованию влияния параметров модели на характер поведения, а также построению зависимостей, обеспечивающих соответствие результатов моделирования экспериментальным данным.

В качестве условия пластичности применяется условие Мизеса–Шлейхера, рис. 3, в виде:

$$\alpha\sigma + \tau = Y, \quad (8)$$

где τ — корень из второго инварианта девиатора напряжений; α — коэффициент внутреннего трения; Y — сдвиговая прочность материала, или сцепление.

В отличие от классической формулировки модели Друккера–Прагера, в модели Николаевского используется неассоциированный закон течения:

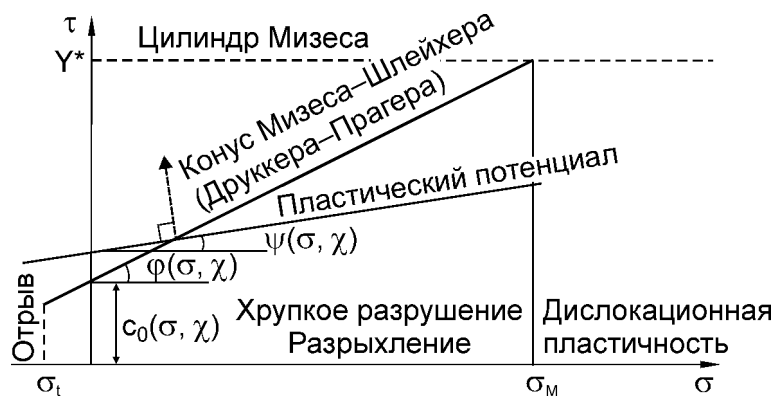


Рис. 3. Вид предельной поверхности в модели Друккера–Прагера–Николаевского ($c = Y$)

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (9)$$

где g — пластический потенциал, который записывается в виде:

$$g(\sigma_{ij}) = \tau^2 + \Lambda \sigma (2Y - \alpha \sigma) + \text{const}. \quad (10)$$

Это равносильно введению связи между объемной ε^p и сдвиговой γ^p частями пластической деформации:

$$\dot{\varepsilon}_{kk}^p = \Lambda \dot{\gamma}^p, \quad (11)$$

где $\dot{\gamma}^p = 2 (\dot{e}_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p / 2)^{1/2}$ — интенсивность сдвиговой пластической деформации; $e_{ij}^p = \varepsilon_{ij}^p - \frac{1}{3} \varepsilon_{kk}^p \delta_{ij}$; Λ — коэффициент дилатансии.

Построены зависимости параметров модели (сцепления, коэффициента дилатансии и др.) от накопленной неупругой деформации и величины среднего напряжения. Принято, что в ходе развития неупругой деформации происходит изменение поверхности предельного состояния, а также накопление повреждений, которое макроскопически проявляется в объемных изменениях, т.е. в дилатансии среды. Упрочнение среды описывается соотношением

$$Y(\gamma^p) = c_0 [1 + h(A(\gamma^p) - D(\gamma^p))], \quad (12)$$

где h — коэффициент упрочнения. Как наиболее часто используемые, применяются линейная зависимость для учета упрочнения

$$A(\gamma^p) = 2\gamma^p / \gamma^* \quad (13)$$

и квадратичная зависимость для учета разупрочнения (накопления повреждений)

$$D(\gamma^p) = (\gamma^p / \gamma^*)^2, \quad (14)$$

где γ^* — критическая деформация, после достижения которой преобладает деградация материала.

Кроме того, предложено учитывать влияние давления не только на прочность материала, но также и на предельную деформацию, которую материал выдерживает до начала деградации:

$$\gamma^* = \gamma_0^* (1 + w \sigma / \sigma^*), \quad (15)$$

где γ_0^* — пластическая деформация начала разрушения при отсутствии обжимающего (сдерживающего) давления; w и σ^* — параметры. Такой способ позволил описать переход от хрупкого к «вязкому» характеру поведения с ростом давления.

Из полученных в работе выражений общей модели при соответствующих значениях параметров как частные случаи следуют соотношения моделей Друккера–Прагера с ассоциированным законом течения ($\alpha = \Lambda$), а также Прандтля–Рейсса с условием текучести Мизеса при независимости функции текучести от первого инварианта напряжений ($\alpha = \Lambda = 0$).

Выполнены расчеты по распространению трещины вблизи границы раздела сред при неравноосном сжатии хрупкого тела и в образцах с дефектом в виде отверстия. На рис. 4 показаны некоторые результаты расчета роста трещин с использованием алгоритмов разделения узлов расчетной сетки и контактного взаимодействия поверхностей. Полученные результаты показали возможность качественного описания расчета образования и роста трещин в условиях взаимодействия их поверхностей, что особенно актуально для описания процессов разрушения в геосредах.

Проведено исследование влияния параметров модели на характер поведения и картину разрушения моделируемого объекта. Отмечено существенное влияние коэффициента дилатансии как упрочняющего фактора на развитие пластической деформации.

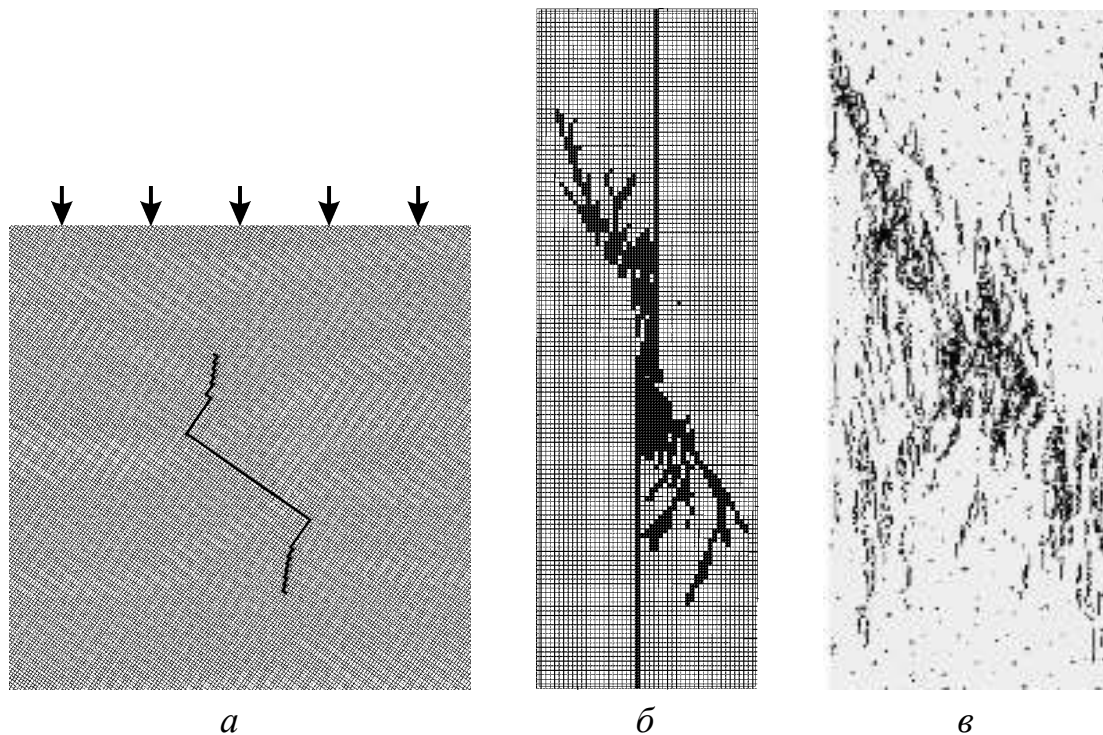


Рис. 4. Результаты численного расчета роста трещин при неравноосном сжатии образцов хрупких материалов с наклонной трещиной (а), центральным отверстием (б) и в неоднородном пористом образце песчаника (в)

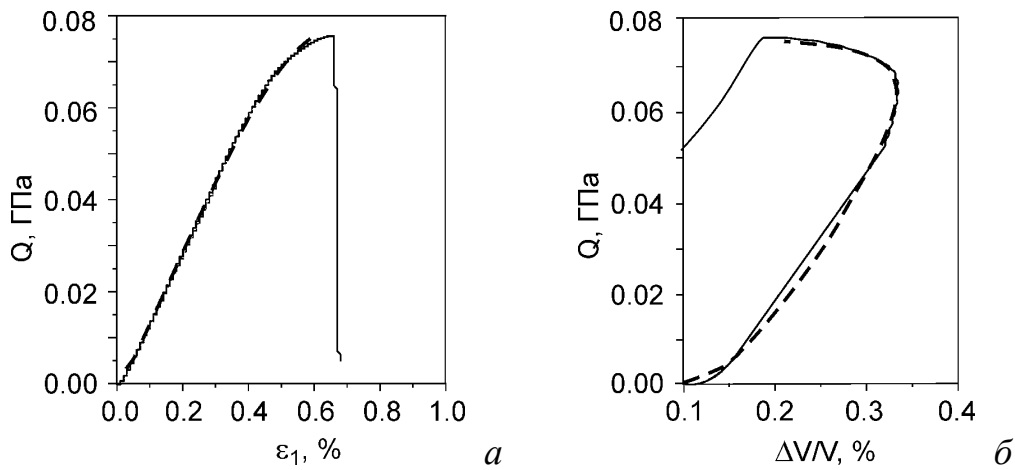


Рис. 5. Кривые зависимости напряжений $Q = \sigma_1 - \sigma_2$ от осевой (а) и объемной (б) частей деформации образца песчаника. Сплошная линия — расчет, пунктирная — экспериментальные данные (Labuz J.F. et al., 1996)

Рассмотрен ряд задач о деформации образцов песчаника, найдены параметры, обеспечивающие хорошее совпадение полученных кривых нагружения с экспериментальными данными. Показано, что за счет дилатансионного упрочнения возможно продолжение роста напряжений несмотря на снижение величины сцепления. На рис. 5 приведено сопоставление результатов расчета с имеющимися в литературе экспериментальными данными по деформированию образцов песчаника в условиях, соответствующих плоской деформации. Хорошо видно качественное и количественное совпадение на кривых нагружения.

На рис. 6 показаны результаты расчета деформирования образцов песчаника при различных значениях боковой нагрузки. Полученные результаты качественно соответствуют экспериментальным наблюдениям и иллюстрируют выраженную зависимость поведения образцов от величины бокового давления. С ростом давления происходит переход от хрупкого к «вязкому» характеру поведения подобных материалов.

Известно, что на поведение геоматериалов заметное влияние оказывает трение на поверхностях приложения нагрузки. В условиях сжатия с увеличением трения возрастает эффективная прочность образцов, что объясняется возникновением условий, сдерживающих развитие трещин, которые содержатся в материале. С целью исследования этого вопроса и проверки возможности описания данного эффекта выполнены расчеты деформирования однородных и неоднородных образцов при различных условиях на торцевых поверхностях.

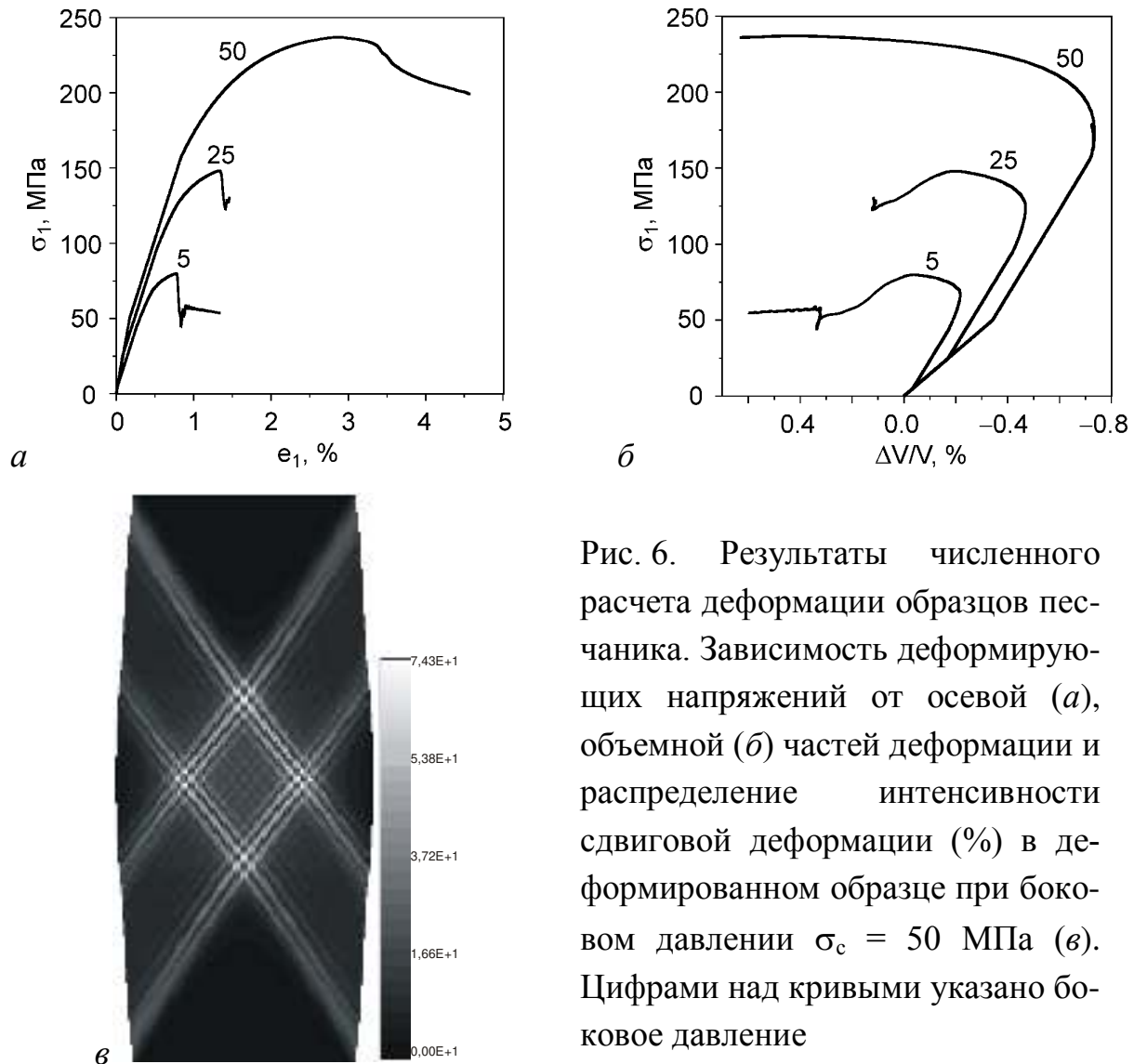


Рис. 6. Результаты численного расчета деформации образцов песчаника. Зависимость деформирующих напряжений от осевой (*a*), объемной (*б*) частей деформации и распределение интенсивности сдвиговой деформации (%) в деформированном образце при боковом давлении $\sigma_c = 50$ МПа (*в*). Цифрами над кривыми указано боковое давление

Анализ процесса деформирования однородных образцов при невысоком боковом давлении показал, что наибольшая эффективная прочность наблюдалась в случае идеального скольжения на поверхностях приложения нагрузки. В случае жесткого сцепления в угловых точках возникала концентрация напряжений, что приводило к формированию полос локализованного сдвига. Такое поведение характерно для пластичных, но не хрупких геологических материалов. В условиях сильного бокового обжатия эффективная прочность была одинаковой, угловые точки в качестве концентраторов напряжений не проявлялись.

При рассмотрении деформирования образцов с явным учетом неоднородности структуры материала с ростом трения проявилось возрастание эффективной прочности. В этом случае уровень концентрации напряжений вблизи пор оказался существенно выше, чем в угловых точках образца. Поэтому возникновение сжимающих поперечных напряжений вблизи поверх-

ностей приложения нагрузки затруднило развитие полос локализации и трещин от неоднородностей структуры и обеспечило увеличение эффективной прочности. Полученные картины локализации деформации и растрескивания неоднородных образцов песчаника показаны на рисунках 4(в), 7.

Рассмотрены задачи о деформировании образцов горной породы жестким штампом, рис. 8. Исследовано влияние параметров модели на развитие полос локализации деформации. При нулевых значениях коэффициентов внутреннего трения и дилатансии, что эквивалентно использованию модели Прандтля–Рейсса, полученная картина локализации деформации совпадает с известным решением Прандтля, рис. 8, а. Решение задачи с учетом внутреннего трения и дилатансии показало, что с увеличением данных коэффициентов зона локализации заметно расширяется, рис. 8, б. При значениях параметров, характерных для геосред, развитие полос локализации происходит сначала в глубину, а затем полосы выходят на поверхность на достаточно большом расстоянии от места приложения нагрузки, вовлекая в процесс деформирования обширную зону вокруг области воздействия, рис. 8, в.

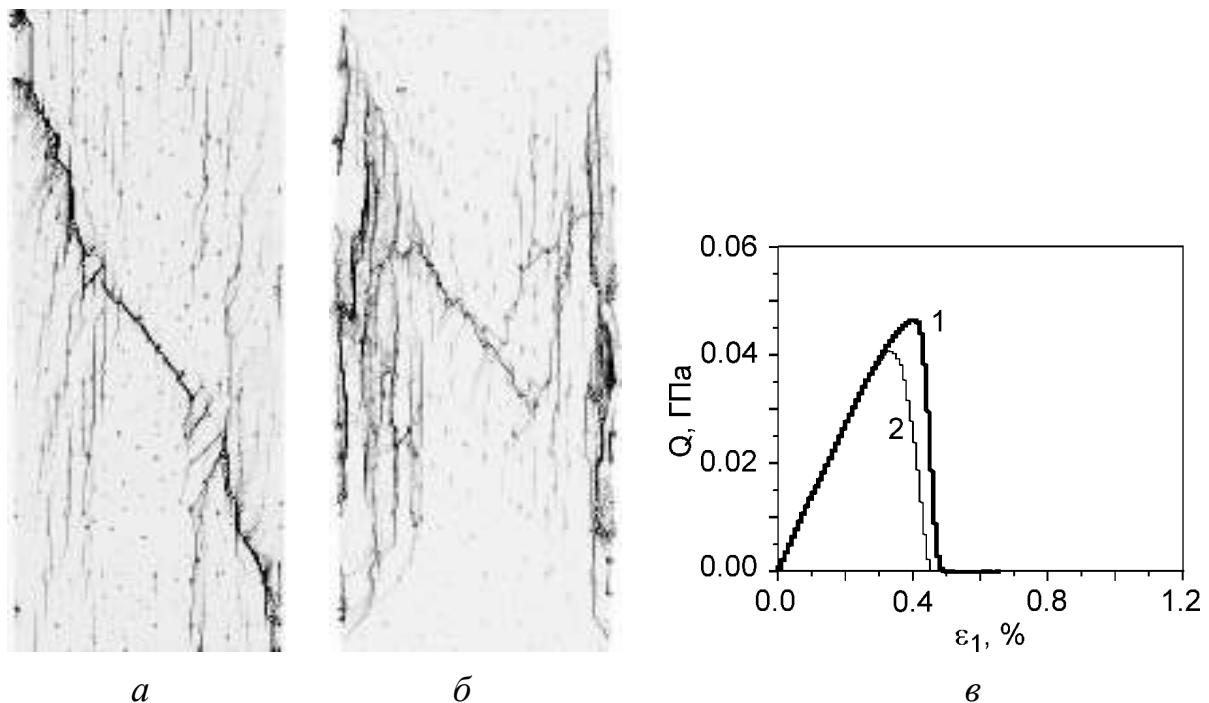


Рис. 7. Рассчитанные картины локализации деформации в неоднородном образце при различных условиях на торцевых поверхностях: идеальное скольжение (а), запрет скольжения (б) и зависимости напряжений $Q = \sigma_1 - \sigma_2$ от осевой деформации образца при различных условиях на торцевых поверхностях (в). Кривая 1 — «фиксированные» торцы (большое трение), 2 — при условии идеального скольжения. Пористость $\sim 2\%$

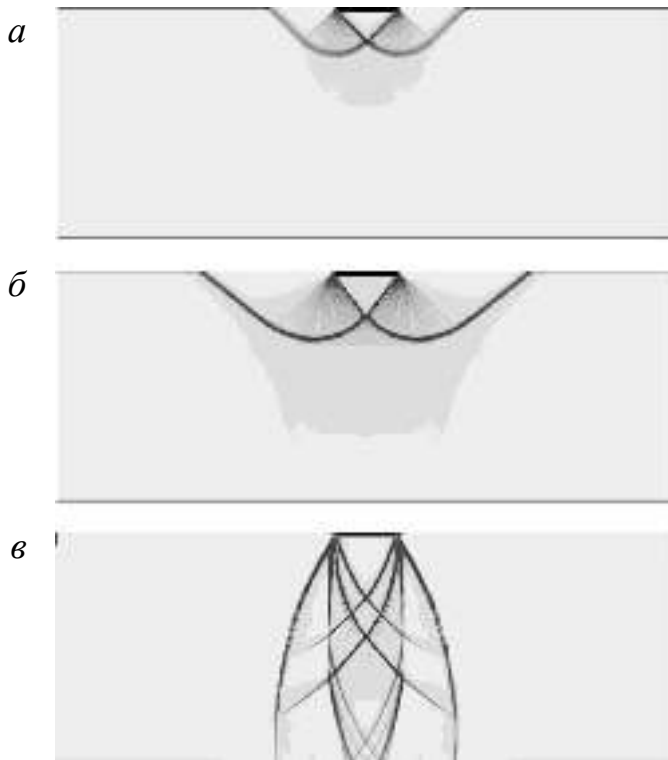


Рис. 8. Локализация деформации при вдавливании жесткого штампа в упругопластическую среду для разных значений коэффициентов внутреннего трения и дилатансии:
 $\alpha = \Lambda = 0$ (а);
 $\alpha = 0.25, \Lambda = 0.15$ (б);
 $\alpha = 0.546, \Lambda = 0.12$ (в)

В случае малой толщины образца полосы локализации могут достигнуть его основания, тем самым разделить его на отдельные фрагменты. Такая особенность поведения геосред наблюдается при значительной разнице между коэффициентами внутреннего трения и дилатансии и поэтому не может быть описана в рамках классической модели Друккера–Прагера.

Проведенные расчеты показали, что при развитии полосы локализованной деформации возможно проявление расклинивающего эффекта за счет дилатансии среды в зоне локализации, что может привести к появлению трещины отрыва, распространяющейся в глубину образца.

Выполненные во втором разделе исследования позволили показать ряд важных особенностей поведения геологических сред и других хрупких материалов. Сопоставление полученных результатов с экспериментальными данными позволяет сделать вывод об адекватности предложенной модели для описания деформирования геоматериалов.

Третий раздел посвящен разработке модели для численного описания процессов деформации высокопористых сред, исследованию процессов уплотнения и формирования зон локализации.

Рассмотрены основные существующие модели, применяемые при изучении процессов уплотнения высокопористых геоматериалов. На основе модифицированной модели Друккера–Прагера–Николаевского построены до-

полнительные соотношения, позволяющие рассматривать процесс уплотнения высокопористых сред. Выполнена модификация модели Рудницкого (Rudnicki J.W., 2004, Grueschow E., Rudnicki J.W., 2005). Получены соотношения, необходимые для проведения численных расчетов, и построены соответствующие алгоритмы. Выполнен анализ влияния параметров (упрочнения, коэффициента дилатансии и др.) на развитие процесса. На ряде примеров показано, что предложенные модели позволяют описывать процессы локализованного уплотнения.

Показано, что для описания процесса уплотнения высокопористых материалов определяющее значение имеет изменение поверхности предельного состояния в ходе деформирования. Поэтому особенно важно определить зависимости параметров модели от степени уплотнения вещества. В области низких давлений, когда процесс деформирования материала не сопровождается уплотнением, предложено применить функции, аналогичные использованным в модели плотных сред, с более выраженной зависимостью коэффициента дилатансии от среднего давления. В области давлений, превышающих пороговое значение, соответствующее переходу к уплотнению вещества, параметры модели становятся функциями изменения пористости и сдвиговой деформации.

Рассмотрен процесс уплотнения высокопористого песчаника, и проанализировано влияние параметров моделей, а также вида функций, описывающих изменение предельной поверхности, на картину деформирования и формирование полос локализованного уплотнения. Построены кривые нагружения при различном боковом давлении образцов, и выполнено сопоставление с экспериментальными данными.

Рассмотрено развитие полосы локализованного уплотнения. Показано, что напряженное состояние, создаваемое перед вершиной полосы локализованного уплотнения, способствует ее продвижению, что соответствует характеру антитрешины отрыва. Численное моделирование позволило показать, что напряженно-деформированное состояние при развитии деформации в полосе локализованного сжатия неоднородно, соответственно не совпадают в различных точках среды и пути нагружения.

Анализ процессов деформирования образцов песчаника с использованием модифицированных моделей Друккера–Прагера–Николаевского и Рудницкого показал, что возможно одновременное проявление различных механизмов неупругой деформации. При формировании полос локализованного сдвига-уплотнения в отдельных областях образца могут возникнуть зоны

разрыхления. Поэтому для полноценного описания поведения геологических сред под нагрузкой необходимо принимать во внимание весь спектр возможных явлений, включая образование зон разрыхления и уплотнения, а также раскрытие макроскопических трещин.

Построена комбинированная модель с предельной поверхностью, которая аналогична предельной поверхности в модели Ди Маджио–Сандлера (Di Maggio F.L., Sandler I.S., 1971). Данная модель позволяет рассматривать поведение материалов в широком диапазоне изменения параметров нагрузки, т.к. она объединяет основные достоинства модифицированных моделей Друккера–Прагера–Николаевского и Рудницкого.

Предельная поверхность, рис. 9, в области сдвиговой деформации на интервале давлений $\sigma_t \leq \sigma \leq \sigma_0$ описывается уравнением

$$f_1(\sigma, \tau) = \tau - \alpha\sigma - c \quad (16)$$

и при давлениях $\sigma > \sigma_0$ — уравнением

$$f_2(\sigma, \tau) = \frac{(\sigma - \sigma_0)^2}{a^2} + \frac{\tau^2}{b^2} - 1 = 0. \quad (17)$$

Учет упрочнения в ходе сдвиговой пластической деформации осуществляется с использованием функции (12). Расширение поверхности при уплотнении среды описывается с помощью зависимости

$$\sigma_0(\phi) = \sigma_0 \left(\frac{\phi^*}{\phi} \right)^m, \quad a = a_0 + r\Delta\sigma_0, \quad (18)$$

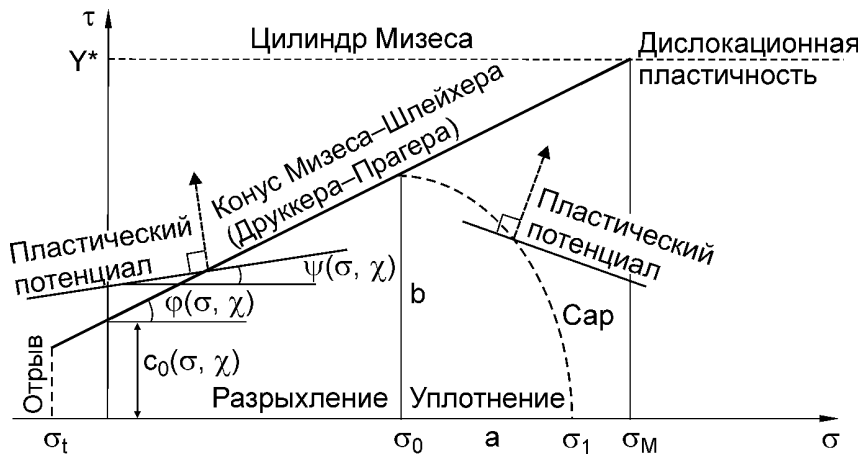


Рис. 9. Обобщенная комбинированная предельная поверхность для плотных и высокопористых сред: σ_0 , σ_1 — значения давления начала уплотнения высокопористых материалов при неравноосном и всестороннем сжатии соответственно, σ_M — давление перехода к дислокационному механизму пластичности

где ϕ , ϕ^* — соответственно текущая и исходная пористости среды; r — коэффициент. Вершина эллипса скользит вдоль поверхности (16), и ее координаты определяются как $b = c + \alpha \sigma_0$.

Уравнение пластического потенциала удобно записать в виде:

$$g = -\beta\sigma + \kappa\tau, \quad (19)$$

так что $\beta/\kappa = \Lambda$; $\beta = \sin \psi$; $\kappa = \cos \psi$.

На рис. 10–12 приведен ряд примеров численного исследования уплотнения высокопористых образцов песчаника. Полученные результаты имеют хорошее качественное сходство с экспериментальными данными и учитывают основные особенности поведения такого типа материалов. Например, на рис. 10 видно, что применение зависимости (18) позволяет учесть характер расширения предельной поверхности с уменьшением пористости материала. На рис. 11 показано сопоставление расчетных и экспериментальных кривых изменения давления от объемной деформации. Здесь также видно хорошее качественное сходство полученных результатов с данными экспериментов. На рис. 12, где показаны рассчитанные картины локализации в последовательные моменты времени, видно, что при формировании полос локализованного уплотнения разница величины деформации в зоне локализации и вне ее ограничена. С ростом нагрузки происходит расширение имеющихся полос локализации и формирование новых; постепенно степень деформации в образце выравнивается и затем уплотнение протекает однородно.

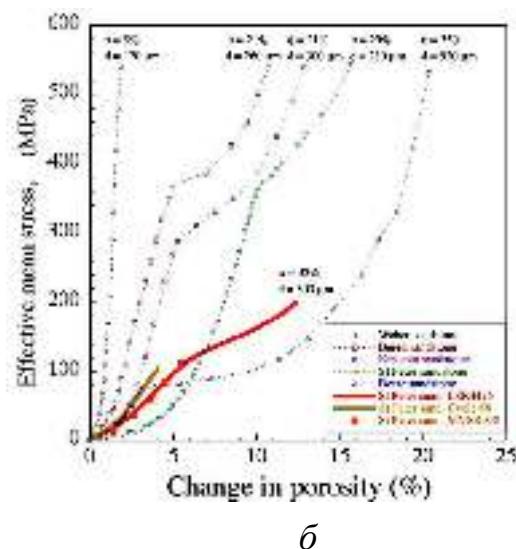
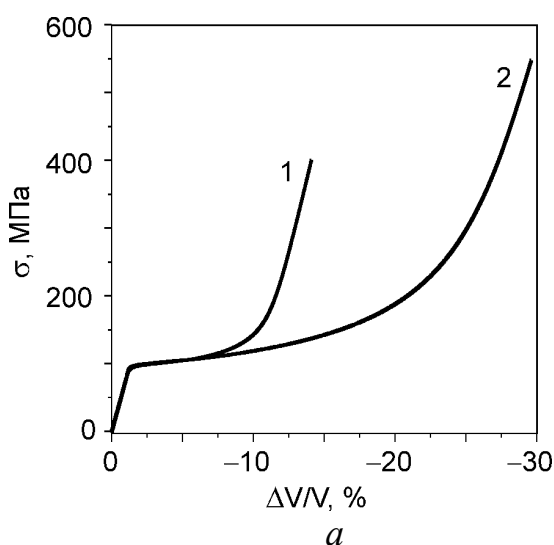


Рис. 10. Зависимость среднего давления от объемной деформации образцов при всестороннем сжатии образца высокопористых материалов: *a* — результаты расчетов для песчаника с пористостью 10 (1) и 30 % (2) и *б* — экспериментальные данные (Karner S.L. et al., 2003)

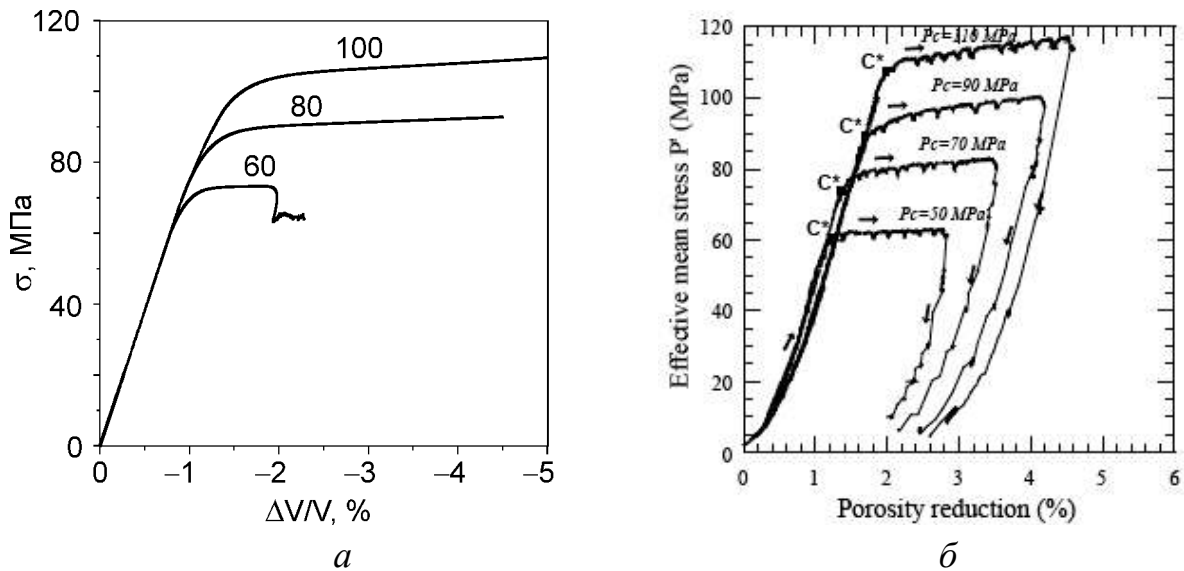


Рис. 11. Результаты численного расчета деформации высокопористого песка при однородном уплотнении (а) и экспериментальные данные (Fortin J. et al., 2005) (б). Цифрами указано давление бокового обжатия

Отмеченная особенность имеет место, если не формируются полосы локализованного сдвига, в противном случае происходит локализованный сдвиг и разрушение.

Изучено формирование полос локализации и развитие однородного уплотнения при различной величине обжатия образцов. Показано, что степень локализации связана со скоростью расширения поверхности предельного состояния.

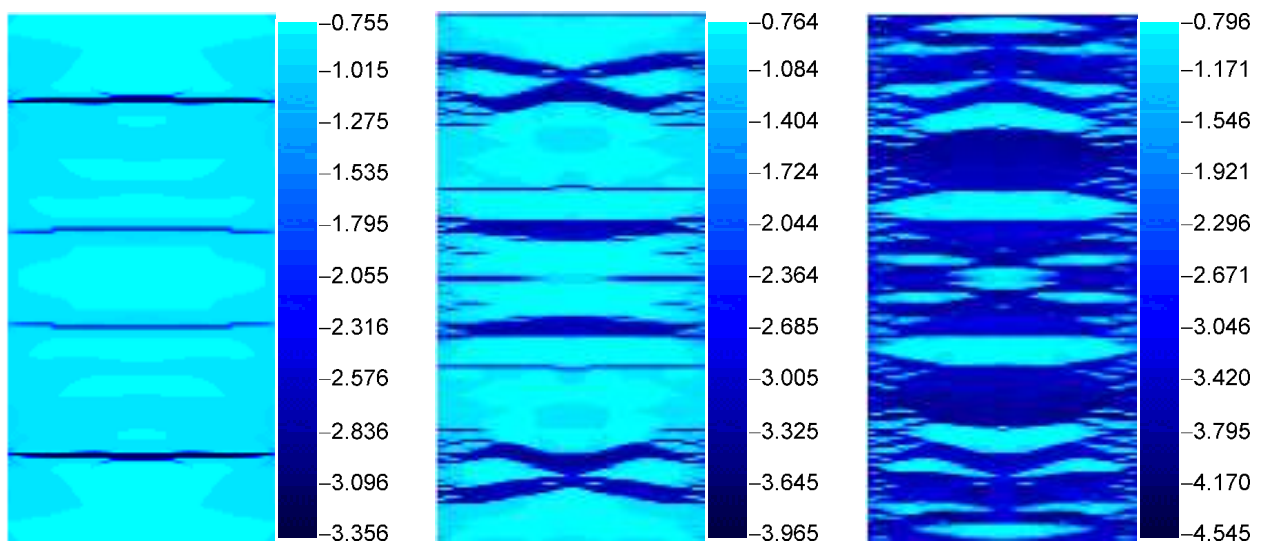


Рис. 12. Формирование и расширение полос локализации уплотнения при осевом сжатии образцов высокопористого песка при боковом давлении 80 МПа. Показано распределение объемной деформации в последовательные моменты времени

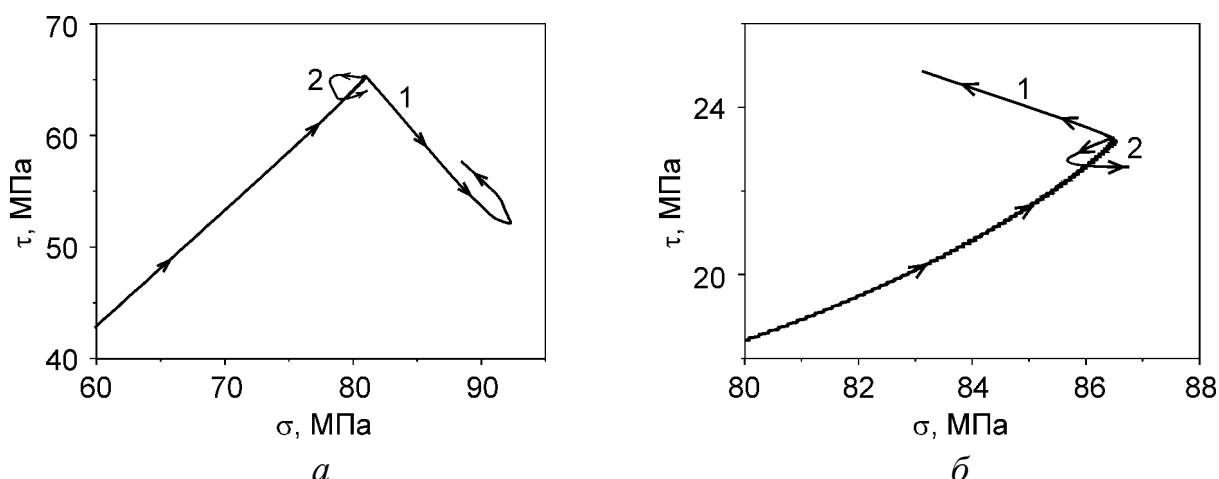


Рис. 13. Пути нагружения двух различных точек образца при формировании полос локализации. Точка 1 лежит в зонах локализации сдвига с уплотнением (а) и уплотнения (б)

Выполнено сопоставление характера полученных кривых нагружения с экспериментальными данными. Определен диапазон величины боковой нагрузки, при котором наблюдается формирование полос локализованного уплотнения.

Рассмотрены пути нагружения различных точек среды при формировании полос локализованного уплотнения и сдвига с уплотнением. Показано, что при формировании полос локализации нагружение близких точек среды протекает по различным путям, рис. 13, что может быть обусловлено тремя причинами: неоднородной структурой материала, неоднородностью напряженно-деформированного состояния, динамическим возмущением напряженного состояния. С началом локализации пути нагружения точек, лежащих в зоне локализации и вне ее, резко меняют свое направление. Причем при формировании полос уплотнения и сдвига с уплотнением направления изменений путей нагружения имеют противоположный характер, рис. 13.

Четвертый раздел посвящен численному моделированию процессов деформации в геологических средах. Выполнено решение модельных задач, а также задач о процессах деформации в конкретных областях земной коры. Впервые смоделировано формирование полос локализованного сдвига Риделя в слое среды, рис. 14. Показано, что формирование данных полос характерно для сред, обладающих внутренним трением и дилатансией.

При сдвиговом деформировании слоя, ограниченного жесткими стенками, практически с самого начала деформирования возникают полосы локализованной деформации. Можно наблюдать основные и сопряженные систе-

мы полос деформации, различающиеся углом наклона и интенсивностью. Интенсивность деформации в последних существенно ниже, чем в основных, лишь в самом начале деформирования они оказывались близки. Угол наклона основных полос в зависимости от параметров среды менялся в пределах от 10° до 23° , а наклон дополнительных сопряженных полос составлял около 70° и более. Дополнительные или сопряженные полосы первоначально возникают в центральной части слоя, где наиболее стесненные условия деформирования. Обратное смещение стенок и соответственно деформация обратного знака приводят к формированию новых полос локализации, аналогичных первоначальным, так что среда покрывается «ромбической» сеткой полос, рис. 14, б.

Не вызывает сомнений, что характер формирования и развития полос локализованного сдвига определяется условиями нагружения и параметрами среды. Угол наклона полос зависит от коэффициентов внутреннего трения и дилатансии. Заметно упрочняющее влияние коэффициента дилатансии, повышение его значения может привести к однородной деформации, за исключением торцов, где всегда возникают полосы локализации. При малых значениях коэффициента дилатансии деформация с самого начала имеет локализованный характер практически в любых условиях деформирования.

Рассмотрены модельные задачи для области, содержащей нарушение. Показано, что пластическая деформация в среде развивается в виде пары полос от вершины нарушения. Изучено влияние состояния среды на характер развития неупругой деформации и картину разрушения вокруг нарушения.

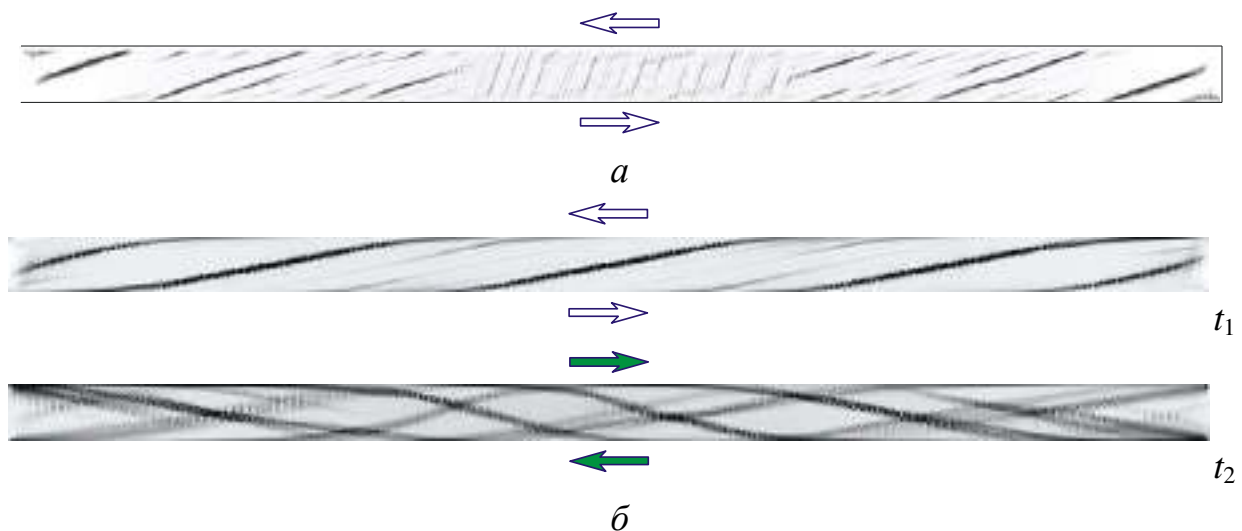


Рис. 14. Формирование полос локализованной деформации Риделя при сдвиге по границам слоя среды: $\alpha = 0.9$, $\Lambda = 0.05$ (а) и полосы локализации при прямом t_1 и обратном t_2 сдвиге: $\alpha = 0.63$, $\Lambda = 0.115$ (б)

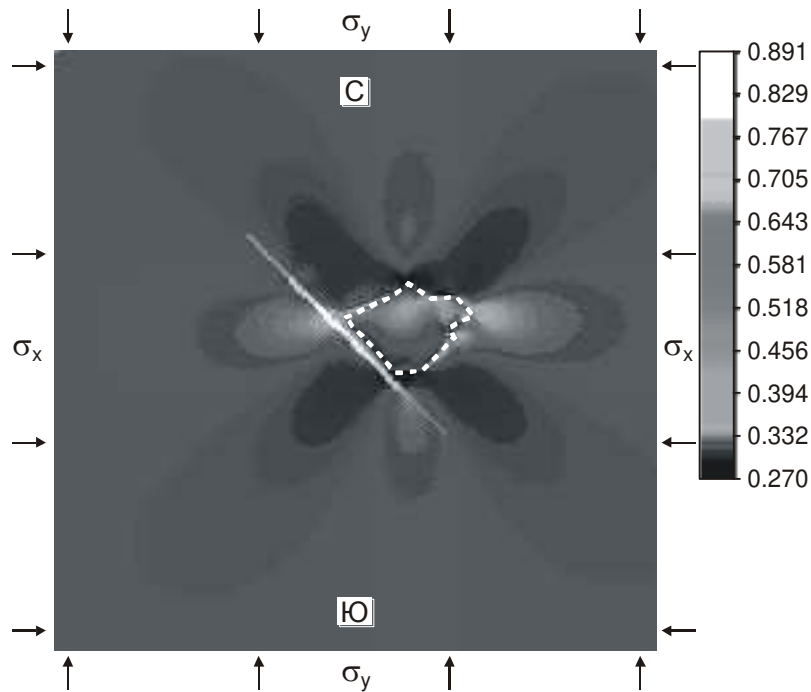


Рис. 15. Нормированные «кулоновские напряжения» ($C = (\tau - \alpha\sigma)/c$) в области Чаган-Узунского блока, показанного на рисунке белой пунктирной линией. Светлая область, где действуют наибольшие напряжения, является местом инициации разрыва

Получено, что в зоне нарушения с высокой пористостью и трещиноватостью деформация может развиваться по различным механизмам: как традиционно рассматриваемому механизму сдвига с разрыхлением среды, так и по механизму сдвига с уплотнением. В соответствии с этим будет иметь место сближение или раздвижение поверхностей нарушения, что может служить объяснением некоторых наблюдений в реальных геологических структурах.

Для области Алтайского (Чуйского) землетрясения 2003 г. рассмотрено влияние Чаган-Узунского блока на место инициации и развитие разрыва. Показано, что в условиях смещения фундамента вдоль существующего разлома возникает сдвиговая деформация, приводящая к повороту более жесткого блока среды. Такой характер деформации обеспечивает формирование зон повышенных и пониженных кулоновских напряжений. Области пересечения указанных зон с имеющимся разломом могут стать местом зарождения и торможения разрыва, рис. 15. Проведенные расчеты показали, что характер и направление развития разрыва зависят от соотношения между величиной сцепления и прочностью, обусловленной трением в разломе. Здесь также продемонстрировано, что в условиях высокого сжатия возможны различные

режимы развития неупругой деформации, сопровождающиеся как разрыхлением, так и уплотнением среды.

Рассмотрена ситуация, когда развитию разрыва вдоль разломной зоны препятствует перекрывающий блок. Показано, что на начальном этапе разрушения блока происходит постепенное смещение в разломе. После полного разрушения перекрывающего блока возможна реализация сверхбыстрого распространения (превышающего скорость распространения поперечных волн) разрыва вдоль линии разлома. Рассмотрено влияние трения в зоне разлома на развитие разрыва и выполнено сопоставление результатов, полученных в рамках представлений о процессе как распространении трещины и развитии деформации в разупрочняющейся пластической среде. В итоге, впервые смоделированы условия, обеспечивающие аномально высокую скорость распространения разрывов в земной коре.

Рассмотрена задача о влиянии гравитационных сил на структуру Байкальской рифтовой зоны. С использованием плотностных и сейсмических моделей структуры для двух вертикальных сечений Байкальского рифта найдены прочностные характеристики, обеспечивающие деформационную картину, соответствующую современной структуре. На рис. 16 приведено полученное распределение интенсивности деформации по одному из профилей. Таким образом, получено, что одним из существенных факторов в формировании и развитии Байкальского рифта является гравитационная неустойчивость, обусловленная неоднородностью строения и наличием плотностных аномалий.

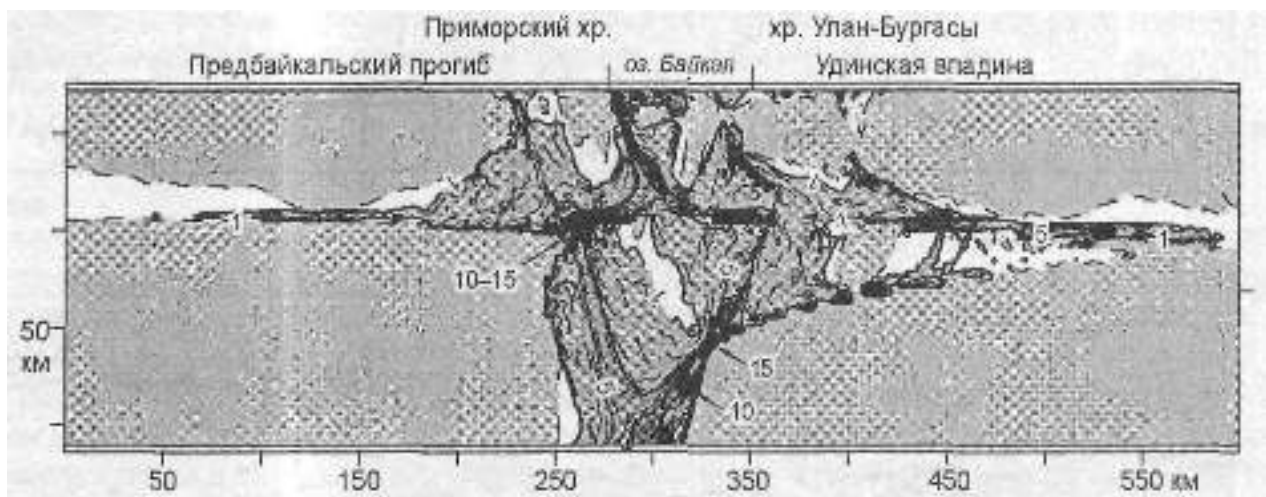


Рис. 16. Рассчитанное распределение интенсивности деформации литосферы по профилю, пересекающему Байкальскую рифтовую зону (п. Усть-Уда – п. Хилок)

Для области геологической среды, находящейся под действием гравитационных сил, рассмотрены задачи о распространении сейсмических волн. На границе раздела упругой и пластической областей, а также во всей пластической области распространение волны будет сопровождаться изменениями формы импульса и возникновением отраженных волн меньшей интенсивности. Таким образом, показано, что наличие пластических зон может проявлять себя в роли сейсмических границ, а распространение упругих волн в критически напряженных областях может сопровождаться развитием неупругой деформации.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Используемый для моделирования процессов деформации и разрушения геологических сред подход, базирующийся на решении уравнений динамики упругопластической среды по явной схеме, является эффективным средством решения задач о деформации и разрушении в условиях квазистатического и динамического видов нагружения.

2. Предложенные модели упругопластического деформирования геоматериалов описывают важнейшие особенности поведения соответствующих материалов за пределом упругости, включая процессы локализации деформации и разрушения в плотных и высокопористых средах. Показано, что применение модифицированной модели Друккера–Прагера–Николаевского эффективно для описания процессов, сопровождающихся разрыхлением среды, а также при незначительном уплотнении, например на начальной стадии нагружения, когда наблюдается схлопывание некоторого количества пор и трещин. Модель с эллиптической поверхностью предельного состояния может быть использована для моделирования процессов интенсивного уплотнения среды. Наиболее универсальной является комбинированная модель, которая позволяет рассматривать деформирование как плотных, так и высокопористых сред в широком диапазоне нагрузок.

3. Использование моделей упруго-хрупкопластических сред позволяет описать важнейшие особенности поведения соответствующих материалов, включая процессы локализации деформации и разрушения. Такие расчеты могут быть полезны для проверки гипотез о структуре и действующих условиях нагружения геосреды, подбора значений параметров, а также для объяснения и предсказания их поведения. В то же время, представление неоднородных пористых и трещиноватых материалов как эффективной однородной

упруго-хрупкопластической среды не позволяет учесть некоторые особенности их поведения, например, зависимость эффективной прочности и картины разрушения от трения в области воздействия. В ряде случаев для наиболее адекватного описания процесса деформирования неоднородных пористых и трещиноватых материалов необходимо принимать во внимание особенности их структуры, а также рост трещин.

4. При внедрении жесткого штампа в геосреде происходит формирование полос локализации, развивающихся в глубину образца, которые затем выходят на свободную поверхность на значительном удалении от зоны воздействия. Таким образом, в деформацию вовлекается обширная зона вокруг области воздействия. Вблизи поверхностей приложения сжимающей нагрузки действуют условия, сдерживающие развитие трещин и неупругой деформации в неоднородном материале.

При распространении полосы локализованного сдвига за счет дилатансии возможно появление расклинивающего эффекта, в результате чего формируются трещины отрыва, распространяющиеся в глубину образца.

5. Формирование полос локализованного уплотнения происходит на начальной стадии уплотнения, когда изменение пористости сопровождается наименьшим расширением поверхности предельного состояния. С ростом нагрузки происходит постепенное расширение зоны локализованного уплотнения на весь образец, после чего степень уплотнения в образце выравнивается и в дальнейшем протекает однородно. Такая особенность развития деформации отличается от характера локализации по сдвиговому механизму, при котором происходит рост деформации лишь в зоне локализации и, как правило, сопровождается сбросом напряжений.

Формирование полос локализации связано с нагружением близких точек среды по различным путям, что может быть обусловлено тремя причинами: наличием неоднородной структуры материала, неоднородностью напряженно-деформированного состояния и динамическим возмущением напряженного состояния. С началом локализации деформации пути нагружения точек, лежащих в зоне локализации и вне ее, резко меняют свое направление. Причем при формировании полос уплотнения и сдвига с уплотнением направления изменений путей нагружения имеют противоположный характер. Можно предположить возможность провоцирования разного типа локализации с помощью соответствующего воздействия.

6. Формирование периодической системы полос локализованной деформации Риделя в условиях сдвигового деформирования слоя геосреды является характерной особенностью нелинейного поведения сред, обладающих внутренним трением и дилатансией. Ориентация данных полос определяется, в первую очередь, характером нагружения и свойствами среды, в то время как на их периодичность существенно влияет и геометрия области. В условиях кинематических ограничений повышается роль дилатансии как упрочняющего фактора. Наиболее четкое проявление полос Риделя наблюдается при небольших значениях коэффициента дилатансии.

7. Наличие «жесткого» блока в геологической среде оказывает существенное влияние на развитие деформации в его окрестности. Для области в окрестности Чаган-Узунского блока получено, что в условиях сдвига возникает поворот блока, что приводит к возникновению ослабленных и упрочненных зон, находящихся вблизи разломной зоны. В зависимости от уровня напряжений может изменяться как место инициации, так и направление развития разрыва.

Анализ процесса деформирования среды с нарушением, имитирующим зону разлома, показал возможность реализации и смены различных режимов развития неупругой деформации в зонах повышенной пористости и трещиноватости. В таких областях протекание сдвиговой деформации может происходить как с расширением, так и с уплотнением, в зависимости от состояния среды и уровня напряжений. Изменение напряженного состояния может привести к смене режима деформирования.

8. Указана одна из схем деформирования, обеспечивающая аномально высокую скорость распространения разрывов в земной коре. В условиях сдвига может происходить сверхбыстрое распространение разрыва вдоль линии разлома со скоростью, превышающей скорость поперечных и приближающейся к скорости распространения продольных волн. Это возможно в случаях, когда развитию разрыва препятствовал участок сильноупрочненной среды или блок, выполняющий функцию перемычки.

9. Численное исследование показало влияние гравитационной неустойчивости как фактора формирования и развития Байкальской рифтовой зоны. На основе плотностных и сейсмических моделей структуры Байкальского рифта найдены параметры, при которых под действием силы тяжести рассчитанная деформационная картина для двух вертикальных сечений соответствует современному состоянию данного региона.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. **Стефанов Ю.П.** Об инициации и распространении разрывов в разломной зоне // Физ. мезомех. – 2008. – Т. 11. – № 1. – С. 94–100.
2. **Стефанов Ю.П.** Численное моделирование деформирования и разрушения горных пород на примере расчета поведения образцов песчаника // ФТПРПИ. – 2008. – № 1. – С. 73–83.
3. Макаров П.В., Смолин И.Ю., **Стефанов Ю.П.**, Кузнецов П.В., Трубицын А.А., Трубицына Н.В., Ворошилов С.П., Ворошилов Я.С. Нелинейная механика геоматериалов и геосред. – Новосибирск: Академич. изд-во «Гео», 2007. – 240 с.
4. **Стефанов Ю.П.**, Тьерселен М. Моделирование поведения высокопористых геоматериалов при формировании полос локализованного уплотнения // Физ. мезомех. – 2007. – Т. 10. – № 1. – С. 93–106.
5. **Стефанов Ю.П.** Моделирование поведения консолидированных и высокопористых геологических сред в условиях сжатия // Вестник ПГТУ. Математ. моделир. систем и процессов. – 2007. – № 15. – С. 156–169.
6. Гольдин С.В., Суворов В.Д., Макаров П.В., **Стефанов Ю.П.** Структура и напряженно-деформированное состояние литосферы Байкальской рифтовой зоны в модели гравитационной неустойчивости // Геология и геофизика. – 2006. – Т. 47. – № 10. – С. 1094–1105.
7. **Стефанов Ю.П.** Некоторые особенности численного моделирования поведения упруго-хрупкопластичных материалов // Физ. мезомех. – 2005. – Т. 8. – № 3. – С. 129–142.
8. Makarov P.V., **Stefanov Yu.P.**, Smolin I.Yu., Cherepanov O.I. Modeling of mechanical behavior of geomaterials on the mesoscale // Int. J. Multiscale Comput. Eng. – 2005. – V. 3. – Iss. 2. – P. 135–148.
9. **Stefanov Yu.P.** Numerical investigation of deformation localization and crack formation in elastic brittle-plastic materials // Int. J. Fract. – 2004. – V. 128(1). – P. 345–352.
10. Смолин А.Ю., **Стефанов Ю.П.**, Псахье С.Г. Совместное использование дискретного и континуального методов для моделирования процессов деформации и разрушения в области контактного взаимодействия // Физ. мезомех. – 2004. – Т. 7. – Спец. выпуск. – Ч. 1. – С. 70–73.
11. Псахье С.Г., Смолин А.Ю., **Стефанов Ю.П.**, Макаров П.В., Чертов М.А. Моделирование поведения сложных сред на основе совместного исполь-

- зования дискретного и континуального подходов // Письма в ЖТФ. – 2004. – Т. 30. – Вып. 17. – С. 7–13.
12. Псахье С.Г., Смолин А.Ю., **Стефанов Ю.П.**, Макаров П.В., Шилько Е.В., Чертов М.А., Евтушенко Е.П. Моделирование поведения сложных сред на основе комбинированного дискретно-континуального подхода // Физ. мезомех. – 2003. – Т. 6. – № 6. – С. 11–21.
 13. **Стефанов Ю.П.** Локализация деформации и разрушение в геоматериалах. Численное моделирование // Физ. мезомех. – 2002. – Т. 5. – № 5. – С. 107–118.
 14. **Стефанов Ю.П.**, Поболь И.Л., Князева А.Г., Гордиенко А.И. Рост трещины вблизи границы раздела разнородных материалов в условиях сжатия // Физ. мезомех. – 2002. – Т. 5. – № 1. – С. 81–88.
 15. **Stefanov Yu.P.** Wave dynamics of cracks and multiple contact surface interaction // J. Theor. Appl. Frac. Mech. – 2000. – V. 34/2. – P. 101–108.
 16. Cherepanov O.I., Smolin I.Yu., **Stefanov Yu.P.**, Makarov P.V. Investigation of influence of internal structure of heterogeneous materials on plastic flow and fracture // Comp. Mater. Sci. – 1999. – V. 16. – Iss. 1–4. – P. 25–31.
 17. Makarov P.V., Smolin I.Yu., Prokopinsky I.P., **Stefanov Yu.P.** Modeling of development of localized plastic deformation and subsequent following fracture in mesovolumes of heterogeneous media // Int. J. Fract. – 1999. – V. 100(2). – P. 121–131.
 18. **Стефанов Ю.П.** Численное исследование поведения упруго-идеально-пластических тел, содержащих неподвижную и распространяющуюся трещины, под действием квазистатических и динамических растягивающих нагрузок // Физ. мезомех. – 1998. – Т. 1. – № 2. – С. 81–93.
 19. **Stefanov Y.P.**, Makarov P.V., Burkov P.V., Matveev V.S. Dynamic simulation of chip generation and formation in metal cutting // J. Theor. Appl. Frac. Mech. – 1997. – V. 28/2. – P. 117–124.
 20. Немирович-Данченко М.М., **Стефанов Ю.П.** Применение конечно-разностного метода в переменных Лагранжа для расчета волновых полей в сложнопостроенных средах // Геология и геофизика. – 1995. – Т. 36. – № 11. – С. 96–105.

Подписано в печать 7.10.2008 г.
Формат 60×84/16. Гарнитура Таймс. Усл. печ. л. 1,86. Тираж 100 экз.

Отпечатано в Институте физики прочности и материаловедения СО РАН
634021, г. Томск, пр. Академический, 2/4